

فکتوریل :

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$$

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$1! = 1$$

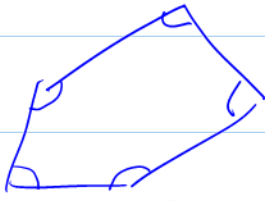
$$0! = 1$$

$$5! + 4 =$$

۳۰۰۰ عدد متوالی مرکب بنویسید.

$$A = 3001, A+2, A+3, A+4, A+5, \dots, A+3001$$

چند ضلعی های کوثر (محدب) : هر n ضلعی که همه زوایای آن از 180° کمتر باشند کوثر می نامیم.



چند ضلعی های کاد (مقعر) : هر n ضلعی که دست کم یک زاویه بیشتر از 180° داشته باشد.



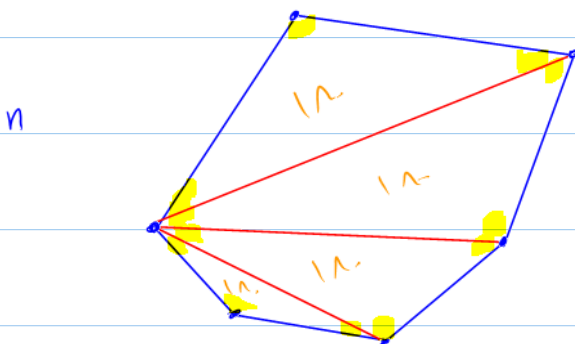
کاد، مؤدب نیست

کاد، محدب نیست

هر n ضلعی که همه ضلع های آن با هم همه زوایای آن با هم مساوی باشند n ضلعی منتظم می نامند.

مثلث منتظم = مساوی الاضلاع چهار ضلعی منتظم = مربع

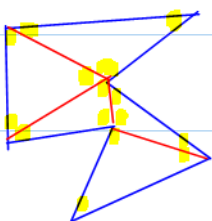
مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.



$$5 \times 180$$

مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی (کوثر یا کاد) = $(n-2) \times 180$

مثال: مجموع زوایای داخلی یک ۱۰۰۲ ضلعی را بیابید. $(1002-2) \times 180 = 180000$



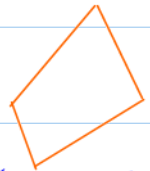
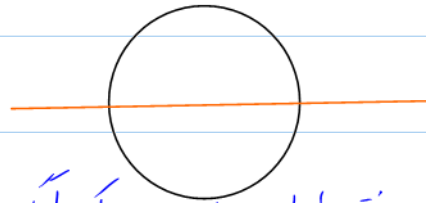
$$(7-2) \times 180 = 5 \times 180 = 900$$

$$\frac{(n-2) \times 180}{n}$$

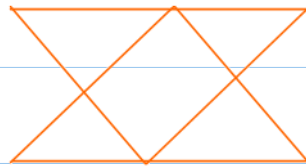
اندازه هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم =

$$\frac{(5-2) \times 180}{5} = \frac{3 \times 180}{5} = 108 = 1.8^\circ$$

محور تقارن یک شکل: خطی است که اگر شکل را روی آن تا کنیم برهم منطبق شوند.



مرکز تقارن یک شکل نقطه‌ای است که اگر شکل را حول آن 180° بچرخانیم روی خودش منطبق گردد. (مرکز تقارن در صورت وجود یکتا است).
- هر شکل حداقل یک مرکز تقارن دارد.

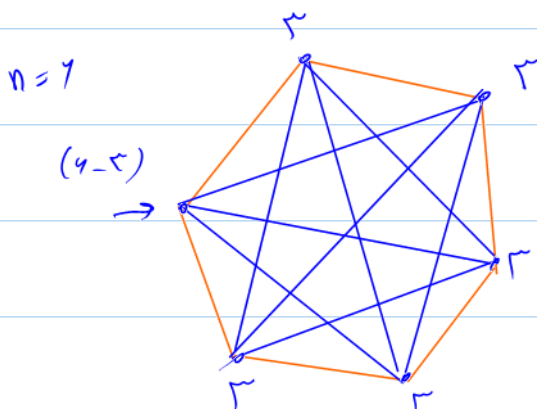


هر n ضلعی منتظم n محور تقارن دارد.

n فرد باشد همه محوره‌های تقارن عمود متصف اصلاعی می‌باشند که از راس مقابل نیز می‌گذرد.

n زوج باشد $\left\{ \begin{array}{l} \frac{n}{2} \text{ عمود متصف ضلع‌ها می‌باشند} \\ \frac{n}{2} \text{ بزرگ‌ترین قطرها می‌باشند} \end{array} \right.$

n ضلعی‌های منتظم $\left\{ \begin{array}{l} n \text{ فرد باشد مرکز تقارن ندارد} \\ n \text{ زوج باشد مرکز تقارن دارد (محل برخورد محوره‌های تقارن)} \end{array} \right.$

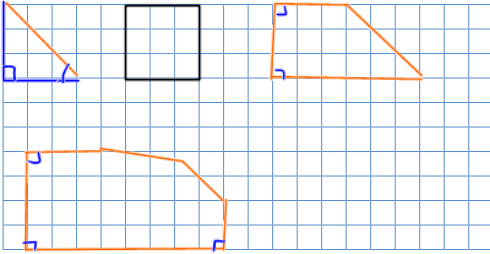


- تعداد قطره‌های هر n ضلعی کور (محدب)

$$\frac{6 \times 3}{3} = 9$$

$$\frac{n \times (n-3)}{3}$$

۲- چند ضلعی‌های زیر را در صفحه شطرنجی رسم کنید.



الف) یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

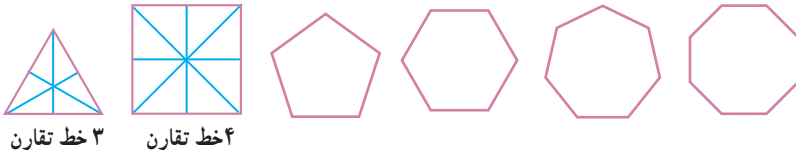
ب) مستطیلی با ضلع‌های مساوی

ج) یک ذوزنقه قائم الزاویه

د) یک شش ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائمه

۳- در سال گذشته با خط تقارن شکل آشنا شدید.

الف) تعداد خط‌های تقارن هر یک از چند ضلعی‌های منتظم زیر را پیدا کنید.

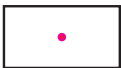


ب) به نظر شما نه ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده ضلعی منتظم چطور؟

فعالیت



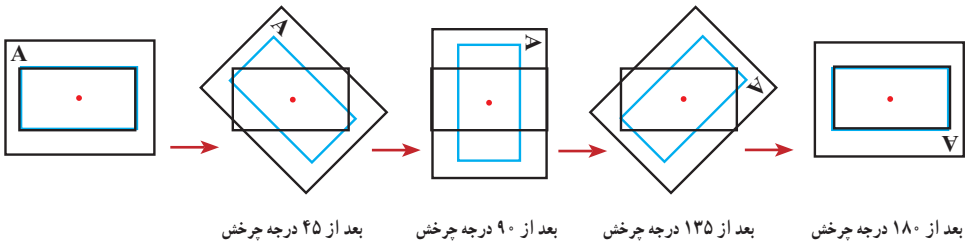
۱- یک ورق کاغذ پوستی روی مستطیل روبه‌رو قرار دهید



و تصویر مستطیل را روی آن رسم کنید.

نوک مدادتان را روی مرکز دوران بگذارید و مانند شکل‌های زیر،

کاغذ پوستی را 180° درجه حول مرکز دوران بچرخانید.



بعد از 45° درجه چرخش

بعد از 90° درجه چرخش

بعد از 135° درجه چرخش

بعد از 180° درجه چرخش

آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟

فعالیت

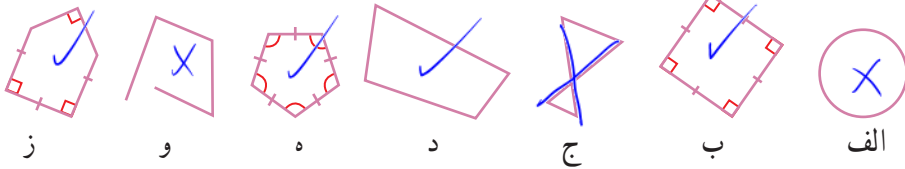


۱- در صفحه به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط اینکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند.

شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع‌های آن یکدیگر را قطع کرده‌اند.

شکل «و» چندضلعی نیست؛ چرا؟

شکل «الف» هم چندضلعی نیست؛ چرا؟



۲- اگر در یک چندضلعی همه ضلع‌ها با هم و همه زاویه‌ها با هم مساوی باشند، می‌گوییم آن چندضلعی منظم است.

از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منظم‌اند؟

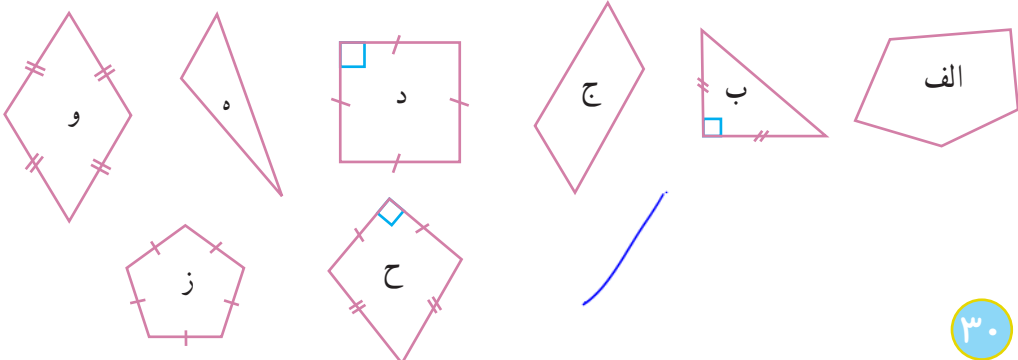
۳- یکی از شکل‌های بالا را انتخاب کنید؛ سپس درباره تعداد ضلع‌ها، زاویه‌ها، تساوی آنها و... توضیح دهید تا دوستان شما شکل‌ها را پیدا کنند که انتخاب کرده‌اید. سپس به توضیحات دوستان گوش کنید و شکل‌ها را پیدا کنید که او انتخاب کرده است.

کار در کلاس



۱- هر یک از عبارت‌های زیر به کدام چند ضلعی‌ها مربوط است؟

- لوزی با زاویه قائمه د
- پنج ضلعی غیر منظم ا ب
- مثلث با زاویه باز ه
- چندضلعی منظم ز - ج

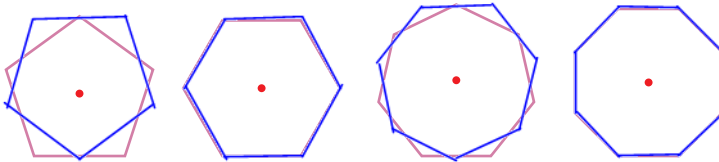


اگر شکلی را حول یک نقطه، 180° درجه دوران دهیم و نتیجه دوران، روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل **مرکز تقارن** دارد و نقطه مورد نظر، مرکز تقارن شکل است.



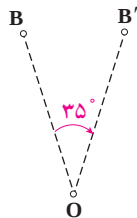
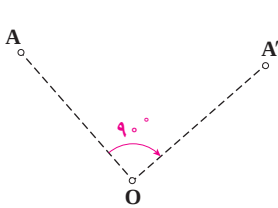
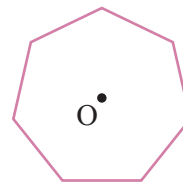
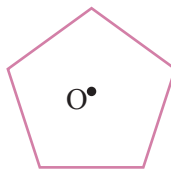
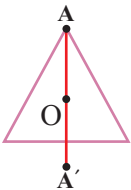
۲- شکل روبه‌رو مثلثی متساوی‌الاضلاع است. یک ورق کاغذ پوستی روی آن قرار دهید و مراحل فعالیت (۱) را تکرار کنید. آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- در کدام یک از چندضلعی‌های منتظم زیر، نقطه مشخص شده مرکز تقارن است؟



به نظر شما نه ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟
ده ضلعی منتظم چگونه؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- یکی از راه‌های تشخیص اینکه نقطه O در مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن نیست، این است که می‌توان روی شکل، نقطه‌ای پیدا کرد که قرینه آن نسبت به نقطه O روی خود شکل قرار نگرفته باشد. مانند نمونه، نشان دهید که نقطه O در دو شکل دیگر هم، مرکز تقارن نیست.



۵- شکل‌های مقابل چگونگی پیدا کردن دوران یافته نقاط A و B حول مرکز O را به اندازه 90° و 35° در جهت عقربه‌های ساعت نشان می‌دهد.

کدام یک از شکل‌های فعالیت (۳) با

دوران 90° حول نقطه مشخص شده در جهت عقربه‌های ساعت روی خودش می‌افتد؟

ب.م.م و ک.م.م

حاصل ضرب عامل های مشترک با کمترین توان ب.م.م آنها است. (ب.م.م)
حاصل ضرب عامل های مشترک و غیر مشترک با بیشترین توان ک.م.م آنها است. [ک.م.م]

مثال:

$$(420,910,355)=2 \times 5 \times 7$$

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \quad 910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13 \quad 350 = 2 \times 5^2 \times 7$$

$$[120,140,70] =$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$\begin{cases} A=4^5 \times 5^7 \times 7^6 = 2^{10} \times 5^7 \times 7^6 \\ B=7^8 \times 11^9 \times 13^{10} = 7^8 \times 11^9 \times 13^{10} \end{cases}$$

$$[A, B] = 2^{10} \times 5^7 \times 7^6 \times 11^9 \times 13^{10}$$

$$(A, B) = 2^{10} \times 5^7 \times 7^6$$

نکات

برای اعداد A,B داریم:

۱- اگر عدد A بر B بخش پذیر باشد آنگاه:

$$(A, B) = B$$

$$[A, B] = A$$

۲- همواره داریم: $[A, B] \times (A, B) = A \times B$

$$[A, A] = (A, A) = A$$

$$(A, 1) = 1 \text{ و } [A, 1] = A$$

۵- اگر A, B هر دو عدد اول باشند و $A \neq B$ آنگاه:

$$(A, B) = 1$$

$$[A, B] = A \times B$$

۶- اگر A, B نسبت به هم اول باشند یعنی $(A, B) = 1$ باشد آنگاه:

$$[A, B] = A \times B$$

۷- همواره $[A, B]$ بر (A, B) بخش پذیر است.



چند ضلعی ها

هر n ضلعی که همه ی زوایایش از ۱۸۰ درجه کمتر باشد محدب یا کوژ می گویند
 هر n ضلعی که دست کم یک زاویه بیشتر از ۱۸۰ درجه داشته باشد مقعریا کاو می گویند

کاو محدب نیست!

نکته: گاو مودب نیست!

n فرد باشد همه ی آنها عمود منصف اضلاع بوده که از راس مقابل اش نیز عبور می کند.

$\frac{n}{۲}$ آن عمود منصف اضلاع بوده.

$\frac{n}{۲}$ آن بزرگترین قطر های می باشند.

n زوج باشد

هر n ضلعی منظم دقیقا n محور تقارن دار

نکته: n ضلعی های فرد مرکز تقارن ندارند.

نکته: n ضلعی های زوج مرکز تقارن دارند که محل برخورد محور های تقارن آن نیز می باشد.

در یک n ضلعی منتظم دو قطر متوالی رسم شده از یک راس برابر می باشند.

☐ دارد

☒ ندارد

این n ضلعی مرکز تقارن

موازی: دو خط را موازی گویند که فاصله ی آنها در هر نقطه ثابت باشد.

$a \parallel b$: a, b موازی باشند :

$a \nparallel b$: a و b متقاطع باشند :

$a \perp b$: a بر b عمود باشد :

$a \nperp b$: a بر b عمود نباشد :

خاصیت چهار ضلعی ها

متوازی الاضلاع: هر چهار ضلعی که ضلع های آن دوجه دو موازی باشند متوازی الاضلاع است.

خاصیت ها:

۱. قطر ها منصف یکدیگرند

۲. زوایای مقابل مساوی و زوایای مجاور مکمل یکدیگرند.

۳. ضلع ها دو به دو با هم مساوی اند.

مستطیل: هر چهار ضلعی که دارای چهار زاویه ی قائمه باشد مستطیل است.

خاصیت ها:

۱. ضلع های مقابل دو به دو مساوی و موازیند.

۲. قطر ها با هم مساویند.

۳. قطر ها منصف یکدیگرند.

لوزی: هر چهارضلعی که چهارضلع برابر داشته باشد لوزی است.

خاصیت ها:

۱. قطر ها عمود منصف یکدیگرند.

۲. زوایای مقابل مساوی و زوایای مجاور مکمل یکدیگرند.

۳. ضلع های مقابل دو به دو موازی اند.

مربع: هر چهار ضلعی که چهار ضلع برابر و زاویه برابر داشته باشد مربع است.

خاصیت ها:

۱. ضلع های مقابل دو به دو موازی اند.

۲. قطر ها با هم برابرند.

۳. قطر ها عمود منصف یکدیگرند.

دوزنقه: هر چهارضلعی که فقط دو ضلع موازی داشته باشد دوزنقه است. به آن دو ضلع

موازی قاعده و به آن دو ضلع دیگر ساق می گویند.

خاصیت: زاویه های مجاور هر ساق مکمل یکدیگرند.

دوزنقه قائم الزاویه: دوزنقه ای است که یکی از ساق هایش بر دو قاعده عمود است.

ذوزنقه متاوی الاقین: ذوزنقه ای که دو ساق آن برابرند.

خاصیت ها:

۱. قطر ها با هم برابرند

۲. زاویه های مجاور هر قاعده برابرند

فرمول

مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی (محدب یا مقعر): $(n - 2) \times 180$

اندازه هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم: $\frac{(n-2) \times 180}{n}$

تعداد قطرهای هر n ضلعی محدب: $\frac{n(n-3)}{2}$

زاویه خارجی

در هر n ضلعی محدب اگر هر ضلع آن را امتداد دهیم زاویه ای ساخته می شود که مکمل زاویه داخلی نیز هست که به آن زاویه خارجی می گویند.

مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب 360 است.

اثبات کنید: مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب 360 است.

$$180n = \text{مجموع زوایای داخلی} + \text{مجموع زوایای خارجی}$$

$$180n = (n-2) \times 180 + \text{مجموع زوایای خارجی}$$

$$180n = 180n - 360 + \text{مجموع زوایای خارجی}$$

$$360 = 180n - 180n + \text{مجموع زوایای خارجی}$$

$$360 = \text{مجموع زوایای خارجی}$$