



### نمونه سوالات امتحانی درس ۲ (مجموعه های برابر و نماینده مجموعه ها)

- ۱- درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.
- الف) مجموعه تهی زیر مجموعه، هر مجموعه دلخواهی است. (قرین) نکته ۳۳
- ب) هر مجموعه، زیر مجموعه خودش است. (هماهنگ کشوری) نکته ۳۴
- پ) فقط مجموعه تهی است که یک زیر مجموعه دارد. (آذربایجان شرقی)
- ت) هر مجموعه، زیر مجموعه، مجموعه تهی است. (کرمانشاه)
- ث) مجموعه اعداد اول زیر مجموعه اعداد طبیعی است. (تهران) تفاوت مجموعه ها خودش است
- ج) مجموعه تهی، دو زیر مجموعه دارد. (خراسان شمالی)
- چ) اگر  $A = \{(-4)^0, \sqrt{36}, 3\}$  و  $B = \{-6, \frac{15}{5}, 1\}$  باشد، آن گاه  $A \neq B$   $(-4)^0 = 1$
- ح) مجموعه اعداد گویا زیر مجموعه اعداد طبیعی است.  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$
- خ) مجموعه ای که ۴ عضو دارد ۸ زیر مجموعه دارد. (اردبیل)  $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
- د) اگر  $n(A) = n(B)$  باشد آنها دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابرند. (شهرستانهای تهران) یعنی تعداد اعضاها برابرند
- ذ) مجموعه ای که سه عضو داشته باشد دارای ۶ زیر مجموعه است. (فارس)  $2^3 = 8$

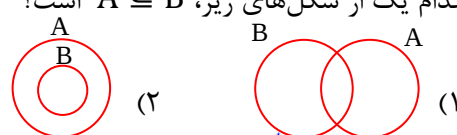
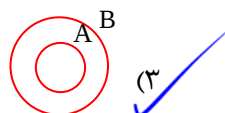
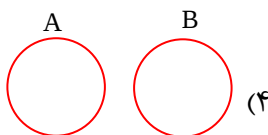
۲- جاهای خالی را با نوشتن عبارت، عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- الف) اگر  $A$  زیر مجموعه  $B$  باشد آن را به صورت  $A \subseteq B$  نشان می دهیم.
- ب) مجموعه  $\emptyset$  زیر مجموعه تمام مجموعه هاست. (شهرستانهای تهران-سمنان)
- پ) هر مجموعه ای زیر مجموعه  $\emptyset$  است. (لرستان)
- ت) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه و  $A \subseteq B$  باشد آنگاه هر عضو  $A$  (همان) عضو  $B$  می باشد. (مازندران)
- ث) تعداد همه زیر مجموعه های یک مجموعه دو عضوی، برابر است با  $2^2 = 4$ .
- ج) در مجموعه  $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq -4\}$  بزرگ ترین عضو  $-4$  می باشد.  $\{-4, -5, -6, \dots\}$
- چ) اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  باشد آنگاه نتیجه می گیریم که  $A = B$ .
- ح) مجموعه های  $\{\emptyset\}, \{\}, \{0\}$  با هم برابر نیستند.

۳- برای هر یک از پرسش های زیر، پاسخ مناسب را انتخاب کنید.

- الف) کدام یک از مجموعه های زیر، زیر مجموعه  $\{1, 2, 5, 3, 6\}$  است؟ (کرمانشاه)
- (۱)  $\{1, 3, 6, 4\}$  (۲)  $\{1, 3, 6, 5\}$  (۳)  $\{2, 4, 6, 5\}$  (۴)  $\{2, 3, 5\}$
- ب) اگر دو مجموعه  $\{x, 5\}$  و  $\{\sqrt{25}, 3\}$  با هم مساوی باشند، مقدار  $x$  کدام است؟ (خوزستان)
- (۱) ۵ (۲)  $-3$  (۳)  $-5$  (۴) ۳

- پ) اگر دو مجموعه  $A = \{2, x-1\}$  و  $B = \{xy, 3\}$  با هم مساوی باشند، مقدار  $x$  برابر است با: (اردبیل)
- (۱)  $x = 2$  (۲)  $x = 3$  (۳)  $x = 4$  (۴)  $x = 5$
- $xy = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{x} = \frac{1}{2}$



هیچ کدام زیر مجموعه دیگری نیستند

هیچ کدام زیر مجموعه دیگری نیستند



ث) تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه ۵ عضوی چند زیر مجموعه می‌باشد؟  $2^5 = 32$    
 نکته: هر مجموعه  $n$  عضوا دارد  $2^n$  زیر مجموعه است.   
 (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

ج) تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{1, \{2, 3\}, \{1, 2\}\}$  برابر است با:   
 ۳ عضوا در  $2^3 = 8$    
 ۲ عضوا در  $2^2 = 4$    
 ۱ عضو تک‌ا  $2^1 = 2$    
 (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۶

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

کدام عبارت نادرست است؟   
 (۱)  $N \subseteq Z$  (۲)  $N \in Z$    
 (۳)  $\{1, 1\} \subseteq N$  (۴)  $222 \in N$    
 درستی: (۱) درست، (۲) نادرست، (۳) درست، (۴) درست

ح) کدام گزینه، زیرمجموعه عددهای صحیح نیست؟   
 (۱)  $\{-1, +22, 0\}$  (۲)  $\{0, -1, -2, \dots\}$  (۳)  $\{1, -\frac{1}{2}, 256\}$  (۴)  $\{-5, -10, -15, \dots\}$    
 (۳) صحیح نیست

اگر  $A = \{a, [a]\}$  باشد، آن گاه کدام رابطه صحیح است؟   
 (۱)  $\{ \} \subseteq A$  (۲)  $\{a, \{a\}\} \in A$  (۳)  $a \subseteq A$  (۴)  $\{\{a\}\} \in A$    
 (۱) درست، (۲) نادرست، (۳) نادرست، (۴) درست

د) مجموعه  $B = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$  به زبان ریاضی کدام گزینه است؟   
 (۱)  $B = \{2x | x \in \mathbb{Z}\}$  (۲)  $B = \{2x | x \in \mathbb{N}\}$    
 (۳)  $B = \{2x | x \in \mathbb{W}\}$  (۴)  $B = \{2x | x \in \mathbb{Z}, x > 0\}$    
 (۲) درست، (۳) درست، (۴) درست، (۱) نادرست

۴- جاهای خالی را طوری پر کنید که دو مجموعه برابر باشند.

(تهران)  $\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$

(البرز)  $-\frac{3}{4} = -0.75$

(خوارستان)  $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0.75$

(کهگیلویه و بویراحمد)  $-\frac{12}{3} = -4$

$\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4} = 1.75$

الف)  $\{5, 3, 7, -1\} = \{5, \sqrt{25}, -1, 3\}$

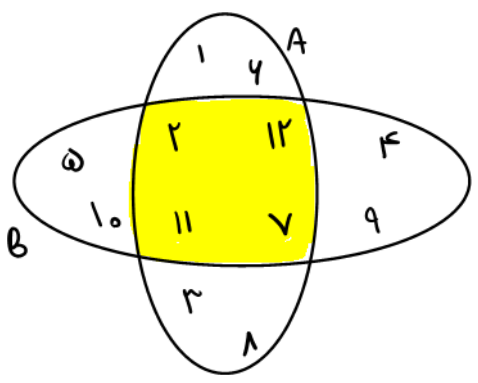
ب)  $\{-\frac{3}{4}, \sqrt{\frac{25}{9}}, 5, -1\} = \{-\frac{3}{4}, \frac{5}{3}, 5, -1\}$

پ)  $\{\sqrt{\frac{49}{16}}, -\frac{3}{4}, -5\} = \{\frac{7}{4}, -\frac{3}{4}, -5\}$

ت)  $\{-\frac{12}{3}, -\sqrt{25}\} = \{-4, -5\}$

ث)  $\{-\frac{6}{10}, +25, 0, \frac{4}{11}\} = \{(-\frac{3}{5})^2, \dots, \frac{4}{11}\}$

۵- با توجه به نمودار مقابل، چه عضوایی را باید از A و چه عضوایی را باید از B حذف کرد تا مجموعه‌های جدیدی که به دست می‌آیند، با هم مساوی باشند؟   
 جواب: قسمت مشترک دو مجموعه است.



$A = \{1, 4, 2, 12, 11, 7, 3, 8\}$    
 $B = \{5, 10, 2, 12, 11, 7, 9, 6\}$    
 $\Rightarrow \{2, 12, 11, 7\}$



نکته: هر مجموعه  $n$  عضو دارد  $2^n$  زیر مجموعه است.

۶- به هریک از پرسشهای زیر پاسخ کوتاه دهید.

الف) یک مجموعه ۳ عضوی چند زیر مجموعه دارد؟ (مازندران-آذربایجان شرقی)

$$2^3 = 8$$

ب) یک مجموعه ۳۲ زیر مجموعه دارد تعداد اعضای این مجموعه چندتا است؟ (فارس)

$$2^x = 32 = 2^5 \Rightarrow x = 5$$

پ) مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  چند زیر مجموعه دارد؟ (آذربایجان شرقی)

$$n(A) = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$$

ت) یک مجموعه سه عضوی چند برابر یک مجموعه یک عضوی زیر مجموعه دارد؟ (پوشهر)

$$2^3 = 8 \quad 2^1 = 2$$

ث) با اضافه شدن هر عضو به یک مجموعه تعداد زیر مجموعه ها چند برابر می شود؟ (همدان)

دو برابر  $\Rightarrow 2^{n+1} = 2^n \times 2^1 \Rightarrow$  زیر مجموعه دارد  $n+1$  عضو  $\Rightarrow$   $2^{n+1}$  زیر مجموعه دارد  $\Rightarrow$   $n$  عضو

۷- اگر  $A = \{8, -2, 3, \frac{1}{2}\}$ ,  $B = \{2, 3, 8\}$  باشد درست و نادرست بودن عبارت های زیر را تعیین کنید. (خوزستان)

الف)  $-2 \in A$  ص

ب)  $\{1, 3\} \subseteq A$  غ

پ)  $2 \in B$  ص

ت)  $\{2, 8\} \in B$  غ

ث)  $\emptyset \subseteq B$  ص

ج)  $5 \notin B$  ص

۸- در هر قسمت، دو مجموعه داده شده برابر هستند، مقادیر مجهول را تعیین کنید.

الف)  $\{x-1, 7\} = \{y+2, 5\}$  (گیلان)

ب)  $\{2x+1, 9\} = \{15, -3y\}$  (اردبیل)

پ)  $\{3, 2\} = \{x-1, x+2\}$  (گیلان)

ت)  $\{3a, 4a-b\} = \{3\}$  (کرمان)

ث)  $\{b-7, 6, 9\} = \{a+5, 2, 3\}$  (لرستان)

ج)  $\{5, 10, 15\} = \{5, 2a-1, 10\}$  (اصفهان)

چ)  $\{4, m\} = \{5, m, n\}$  (فارس)

ح)  $\{-1, 5\} = \{\frac{1}{3}, 2b\}$  (لرستان)

خ)  $\{x, 5, \sqrt{9}\} = \{y, \frac{1}{2}, 5^2+1\}$  (کرمان)

د)  $\{y, c, -9\} = \{2b, \sqrt{16}, v\}$

$$x-1=5 \Rightarrow x=6 \quad y+2=7 \Rightarrow y=5$$

$$2x+1=15 \Rightarrow 2x=15-1=14 \Rightarrow x=\frac{14}{2}=7$$

$$-3y=9 \Rightarrow y=\frac{9}{-3}=-3$$

$$if: x-1=3 \Rightarrow x=4 \quad x+2=4 \Rightarrow x=2$$

$$3a=3 \Rightarrow a=1 \quad 4a-b=3 \Rightarrow b=3$$

$$b-7=2 \Rightarrow b=2+7=9 \quad a+5=9 \Rightarrow a=9-5=4$$

$$2a-1=15 \Rightarrow 2a=15+1=16 \Rightarrow a=\frac{16}{2}=8$$

$$m=5$$

$$n=4$$

$$2b=-1 \Rightarrow b=-\frac{1}{2}$$

$$x=5+1=6$$

$$y=\sqrt{9}=3$$

$$c=4$$

$$2b=-9 \Rightarrow b=-\frac{9}{2}$$



۹- تمام زیر مجموعه‌های هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید.  
 نکته: هر مجموعه زیر مجموعه خودش است.  
 مجموعه تهی زیر مجموعه تمام مجموعه‌ها است.

$A = \{1, 2, 3\}$   $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\} \subseteq A$

$n(A) = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$  زیرمجموعه

$B = \{0, 1, 2, (-1)^2\} = \{0, 1, 2\}$   $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, B$

$(-1)^2 = 1$   $n(B) = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$  زیرمجموعه

$C = \{a, b, \{a, b\}\}$   $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{\{a, b\}\}, \{a, b\}, \{a, \{a, b\}\}, \{b, \{a, b\}\}, C$

$n(C) = 3 \Rightarrow$  تعداد زیرمجموعه  $= 2^3 = 8$

$D = \{\emptyset\}$   $\emptyset, \{ \emptyset \}$

$\emptyset \in D \Rightarrow n(D) = 1 \Rightarrow$  تعداد زیرمجموعه  $= 2^1 = 2$

E: تمام زیر مجموعه‌های (مجموعه اعداد طبیعی بین ۹ و ۱۲) را بنویسید. (گیلان)

$\emptyset, \{10\}, \{11\}, \{10, 11\}$

زیرمجموعه  $2^4 = 16 \Rightarrow$  ۲ عضو  $\rightarrow \{10, 11\}$

F: تمام زیر مجموعه‌های مجموعه  $M = \{2\}$  را بنویسید. (کرمانشاه)

$\emptyset, M = \{2\}$

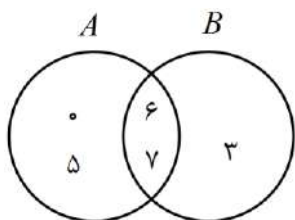
$n(M) = 1 \Rightarrow$  تعداد زیرمجموعه  $= 2^1 = 2$

G: همه‌ی زیر مجموعه‌های، مجموعه‌ی  $\{b, b\}$  را بنویسید. (لرستان)

$\emptyset, \{b\}$

زیرمجموعه  $2^2 = 4 \rightarrow$  یک عضو  $\rightarrow \{b\}$

۱۰- با توجه به شکل‌ها در جای خالی علامت مناسب قرار دهید. ( $\notin, \subseteq, \supseteq, \in$ ) (قم)



$A = \{0, 5, 6, 7\}$

$B = \{3, 4, 7\}$

$\{3\} \subseteq B$  درست است

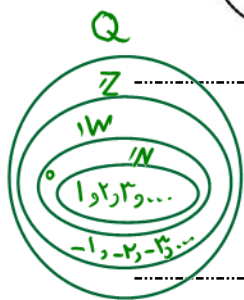
$A \not\subseteq B$  (ب)

$5 \notin A$  (الف)

$0 \in A$  (پ)  $\{0\} \subseteq A$  (ت)

$7 \in B$  (ج)

$\{5, 6\} \subseteq A$  (ث)



$N \subseteq Q$  ...✓

$Z \not\subseteq Q$  ...✗

$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$

$W \not\subseteq Z$  ...✗

$N \subseteq W \subseteq Z$  ...✓

$N \in W$  ...✗

$W \not\subseteq Z$  ...✓

$W \subseteq Q$  ...✓

$W \not\subseteq N$  ...✓

۱۱- رابطه‌های درست را با (✓) و نادرست را با (✗) مشخص کنید.

۱۲- مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 2\}$  در نظر بگیرید. (چهارمعال و بختیاری)

الف) مجموعه A را با نوشتن اعضایش مشخص کنید.

$A = \{-1, 0, 1\}$

ب) تمام زیرمجموعه‌های، مجموعه A را بنویسید.

$\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, A$



۱۳- اگر داشته باشیم:  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

(الف) زیر مجموعه‌ای از  $A$  بنویسید که عضوهایش بر ۶ بخش پذیر باشند.

$$B = \{2, 12, 24\}$$

(ب) زیر مجموعه‌ای از  $A$  بنویسید که عضوهایش هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر باشند.

$$C = \{12, 24\}$$

بر ۱۲ بخش پذیر است

(پ) بزرگترین زیر مجموعه‌ای از  $A$  را بنویسید که عضوهایش عدد اول باشند.

$$D = \{2, 3\}$$

(ت) درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$$6 \in B$$

ص

$$12 \notin C$$

ص

$$\{8\} \subseteq A$$

ص

$$\{ \} \subseteq C$$

ع

ست  
این مجموعه‌ها

۱۴- هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضاء مشخص کنید.

عددهای طبیعی کوچکتر یا مساوی ۲

$$\text{الف) } A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} = \{1, 2\}$$

(فارس)

عددهای طبیعی کوچکتر از ۳

$$\text{ب) } B = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 3\} = \{ \}$$

(گیلان)

هیچ‌یک از عددهای طبیعی، منفی نیستند پس این مجموعه تهی است

$$\text{پ) } C = \{3x | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 1\} = \{3x(-1), 3x(0)\} = \{-3, 0\}$$

(تهران)

$$\text{ت) } D = \{x | x \in \mathbb{N}, -2 < x \leq 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

(سیستان)

$$\text{ث) } E = \{4x | x \in \mathbb{N}, -2 \leq x < 4\} = \{4x(1), 4x(2), 4x(3)\} = \{4, 8, 12\}$$

(لرستان)

$$\text{ج) } F = \{x | x \in \mathbb{N}, 2x + 1 < 11\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

(پختیاری)

$$\text{چ) } G = \{2^x | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 1\} = \{2^{-1}, 2^0\} = \{\frac{1}{2}, 1\}$$

(قزوین)

$$\text{ح) } H = \{4x + 1 | x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 3\} = \{4x(2)+1, 4x(3)+1\} = \{9, 13\}$$

(سمنان)

$$\text{خ) } I = \{3x + 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} = \{3x(1)+1, 3x(2)+1\} = \{4, 7\}$$

(اصفهان)

$$\text{د) } J = \{2x - 3 | x \in \mathbb{Z}, -1 < x < 2\} = \{2x(0)-3, 2x(1)-3\} = \{-3, -1\}$$

(آذربایجان شرقی)

$$\text{ذ) } K = \{x^2 | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 1\} = \{(-1)^2, 0^2\} = \{1, 0\}$$

(قزوین)

$$\text{ر) } L = \{\frac{x+1}{2} | x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} = \{\frac{1+1}{2}, \frac{2+1}{2}\} = \{1, \frac{3}{2}\}$$

(گیلان)

$$\text{ز) } M = \{x^2 + 1 | x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\} = \{4^2+1, 7^2+1\} = \{17, 50\}$$

(مازندران)

$$\text{ژ) } O = \{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$$

عددهای صحیح که مربع آنها کوچکتر یا مساوی یک است

(فارس)

$$\text{س) } P = \{x^2 | x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 2\} = \{1^2\} = \{1\}$$

$$\text{ش) } Q = \{x \in \mathbb{Z} | 3x + 1 = 7\} = \{2\}$$

کافی است که جواب معادله را حدس کنید، در صورتی که عدد حاصل صحیح باشد، آن را بعنوان عضو مجموعه می‌نویسیم

$$3x = 7 - 1 = 6$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

$$\begin{aligned} (-1)^2 &= 1 \\ 0^2 &= 0 \\ 1^2 &= 1 \end{aligned}$$



۱۵- مجموعه مقابل را با نماد ریاضی بنویسید.

۱- مجموعه مقابل را با نماد ریاضی بنویسید.

$$\{2, 4, 6, 8, \dots, 50\} = \{2 \times (1), 2 \times (2), 2 \times (3), \dots, 2 \times (25)\} = \{2x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 25\}$$
 (برستان)

کوتاه‌بازی ۵۰  
(ب)  $\{1, 0, -1, -2, \dots\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 1\}$  (۴م)

پس برای هر  $n \in \mathbb{N}$  داریم:  $\{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2 \times 1 - 1, 2 \times 2 - 1, 2 \times 3 - 1, \dots\} = \{2n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$  (البته)

(نچان)  $\{-1, 0, 1, 2, 3\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 4\}$  (تعدادی صغیریں)

(سیستان و بلوچستان)  $\{10, 20, 30, \dots\} = \{10 \times (1), 10 \times (2), 10 \times (3), \dots\} = \{10x \mid x \in \mathbb{N}\}$  (ت) ہر بجای طبعی ۱۰

(شهرستانهای تهران)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq -11\} \cup \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq -10\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq -11\}$

(گلسٽان)  $\{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$  = عددهای طبیعی زوج (چ)

$$\{3, 6, 9, 12, \dots\} = \{3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \dots\} = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad (\text{کسٹم})$$

خ) مضربهای دو رقمی عدد ۵ =  $\{\omega \times 2, \omega \times 3, \omega \times 4, \dots, \omega \times 19\} = \{\omega n \mid n \in \mathbb{N}, 2 \leq n \leq 19\}$

مضربهای زوج طبعی عدد ۳ (دهان مضربهای ۶)  $= \{2 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, \dots\} = \{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$

د)  $\omega = \{-\omega, 0, \omega\} = \{\omega \times (-1), \omega \times 0, \omega \times 1\} = \{\omega x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$  صحیح یک رقمی عدد ۵

یادداشت: