

۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۱, ۲۴, ۲۷, ۳۰, ۳۳, ۳۶, ۳۹, ۴۲, ...

مضربهای طبیعی ۳ :

۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ۲۸, ۳۲, ۳۶, ۴۰, ۴۴, ...

مضربهای طبیعی ۴ :

کوچکترین مضرب هر عدد خودش است. بزرگترین شمارنده هر عدد خودش است.

تخفا مضرب اول هر عدد اول خودش می باشد. تخفا شمارنده اول هر عدد اول خودش است.

اگر عددی مرکب باشد همه مضربهای آن نیز مرکب اند. هر عدد مرکب دست کم یک شمارنده اول دارد.

بزرگترین مضرب هر عدد شخصی نیست

۳, ۱ : شمارنده های ۳

۴, ۲, ۱ : شمارنده های ۴

سؤال: عدد طبیعی را بیایید که دقیقاً ۵ مضرب اول داشته باشد.

چنین عددی وجود ندارد.

سؤال: آیا عدد طبیعی هست که بی شمار مضرب اول داشته باشد؟

بله: عدد یک بی شمار مضرب اول دارد. بی شمار مضرب مرکب هم دارد.

... ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰ : مضربهای اول یک

... ۱۵, ۱۴, ۱۳, ۱۲, ۱۱, ۱۰, ۹, ۸, ۷, ۶, ۵, ۴ : مضربهای مرکب یک

ب.م.م. در عدد بزرگترین مقسوم علیه مشترک در عدد :

بزرگترین مشترک ۱, ۲, ۳, ۶ }
شمارنده
۱۲ : شمارنده ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲
۱۸ : شمارنده ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸

$$6 = (12, 18) = (18, 12)$$

همه شمارنده های مشترک در عدد همان شمارنده های ب.م.م می باشد.

مثال: حاصل (۲۱, ۳۵) را بیابید. مشترک ۱, ۷ }
بزرگترین مشترک
۲۱ : ۱, ۳, ۷, ۲۱
۳۵ : ۱, ۵, ۷, ۳۵
(۲۱, ۳۵) = ۷

$$(14, 28, 36) = (2420, 1810) =$$

اگر تفاضل، مخرج مشترک در عدد یک باشد. $(4, 9) = 1$ می‌توانیم آن در عدد نسبت به هم دارند. به عبارت دیگر این دو عدد متباین اند.

$$(32, 81) = 1 \quad \text{بزرگ} \rightarrow \text{مشترک} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 32 : 1, 2, 4, 8, 16, 32 \\ 81 : 1, 3, 9, 27, 81 \end{array} \right\}$$

اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند یعنی هیچ شمارنده اول مشترکی ندارند.
روش تعیین ب.م.م به کمک تجزیه:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \quad 72 = 2^3 \times 3^2 \quad (42, 72) = 2 \times 3 = 6$$

حاصل ضرب شمارنده‌های اول مشترک با کمترین توان = ب.م.م

$$(a, b) = 3^6 \times 11^2$$

$$a = 2^7 \times 3^4 \times 11^4$$

$$b = 3^9 \times 5^4 \times 11^5 \times 7$$

$$a = 2^7 \times 3^4 \times 11^4$$

$$b = 2^2 \times 3^4 \times 11^4$$

$$c = 3^1 \times 2^5 \times 5^4 \times 11^4$$

$$(a, b, c) = 3 \times 11^4$$

در عدد ۱۴۰ و ۴۲۰ چند شمارنده مشترک دارند!

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$\begin{array}{c} \wedge \\ 10 \quad 14 \\ \wedge \quad \wedge \\ 2 \quad 5 \quad 2 \quad 7 \end{array}$$

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\begin{array}{c} \wedge \\ 10 \quad 42 \\ \wedge \quad \wedge \\ 2 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \quad 7 \end{array}$$

$$(140, 420) = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$2 \times 2 \times 2 = 12 \quad \text{مشترک دارند}$$

$$a = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^4 \times (2^2)^5 = 2^3 \times 3^4 \times 2^{10} = 2^{13} \times 3^4$$

$$b = 5^4 \times 2^7 \times 7^4 = 5^4 \times (2 \times 2)^7 \times 7^4 = 5^4 \times 2^{14} \times 7^4$$

$$c = 2^2 \times 3^3 \times 5^4 = (2^2)^2 \times (3^2)^3 \times (2 \times 5)^4 = 2^4 \times 3^6 \times 2^4 \times 5^4 = 2^8 \times 3^6 \times 5^4$$

$$(a, b, c) = 2^3 \times 3^4$$

$$36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$$

$$35 : 1, 5, 7, 35 \quad (35, 36) = 1$$

ک م.م.د در عدد (کوچکترین مضرب مشترک در عدد)

مضربهای طبیعی ۳:

مضربهای طبیعی ۴:

$$\left. \begin{array}{l} 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, \dots \\ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, \dots \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مشترک}} 12, 24, 36, 48, 60, \dots$$

$$\xrightarrow{\text{کوچکترین}} (12) \quad [3, 4] = [4, 3] = 12$$

همه مضربهای مشترک در عدد همان مضربهای ک.م.م آنها می باشد.

$$\left. \begin{array}{l} [12, 18] = 36 \quad 12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots \\ 18, 36, 54, 72, \dots \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مشترک}} 36, 72, \dots \xrightarrow{\text{کوچکترین}} (36)$$

$$[180, 240] =$$

روش بدست آوردن ک.م.م در عدد به کمک تجزیه:

پیدا کردن تجزیه اعداد: حاصل ضرب شمارنده‌های اول مشترک، غیر مشترک با بیشترین توان ک.م.م آنها است.

حاصل ضرب شمارنده‌های اول مشترک با بیشترین توان در شمارنده‌های اول غیر مشترک

$$a = 2^3 \times 5^2 \times 7^4 \quad [a, b] = 2^9 \times 7^{10} \times 5^4 \times 3^4 \quad (\text{برای ۲ عدد درست})$$

$$b = 2^9 \times 3^4 \times 7^{10}$$

$$a = 2^7 \times 3^4 \times 5^6 \times 7^9$$

$$[a, b, c] = 2^{10} \times 5^{15} \times 3^7 \times 7^9 \times 11^{10}$$

$$b = 2^3 \times 3^7 \times 5^9 \times 11^6$$

$$c = 2^{10} \times 5^{15} \times 7^9 \times 11^{10}$$

اگر a, b در عدد طبیعی باشند:

$$[a, a] = a \quad (a, a) = a \quad (1)$$

$$[a, 1] = a \quad , \quad (a, 1) = 1 \quad (2)$$

$$(3) \quad \left. \begin{array}{l} (a, b) = 1 \\ [a, b] = a \times b \end{array} \right\} \text{ اگر } a, b \text{ در عدد اول باشند آنگاه:}$$

(4) هر دو عدد اول **متعارف** نسبت به هم دارند. (میان اند) $(a, b) = 1$

$$(5) \quad \left. \begin{array}{l} (a, b) = b \\ [a, b] = a \end{array} \right\} \text{ اگر } a \text{ بر } b \text{ بخش پذیر باشد آنگاه:}$$

بزرگ کوچک

$$(6) \quad \text{همواره در عدد متوالی نسبت به هم دارند.} \quad (35, 34) = 1 \quad (x, x+1) = 1$$

$$(7) \quad \text{همواره داریم:} \quad (a, b) \times [a, b] = a \times b$$

$$(12, 18) = 6 \quad [12, 18] = 36 \quad \underbrace{6 \times 36}_{316} = \underbrace{12 \times 18}_{316}$$

(8) همواره $[a, b]$ بر (a, b) بخش پذیر است.

